Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SVT, veuillez visiter :
bac-maths-svt.fr/annales-sujets-et-corriges

# Baccalauréat Métropole 10 septembre 2025

## Corrigé J2

### ÉPREUVE DE SPÉCIALITÉ

## Exercice 1 — 6 points

### Partie A

**1.** La variable aléatoire $X$ compte le nombre de succès d'une répétition de 10 épreuves de Bernoulli. Les épreuves sont indépendantes deux à deux. La probabilité du succès est $p = 0{,}4$. Donc $X$ suit une loi binomiale de paramètres $10\,;0{,}4$ : $X \sim \mathscr{B}(10\,;\,0{,}4)$.

**2.** **a.** $P(X=2) = \binom{10}{2} \times p^2 \times (1-p)^{10-2} = \binom{10}{2} \times 0{,}4^2 \times 0{,}6^8 \approx 0{,}1209$

**b.** Comme les évènements $\{X=i\}$ et $\{X=j\}$ sont disjoints pour $i \neq j$ :

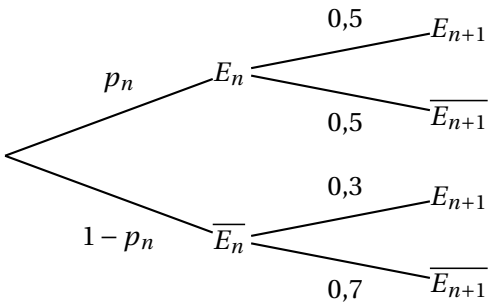
$$\begin{aligned} P(X \leqslant 2) &= P(\{X=0\} \cup \{X=1\} \cup \{X=2\}) \\ &= \sum_{i=0}^{2} P(X=i) \\ &= \sum_{i=0}^{2} \binom{10}{i} p^i (1-p)^{10-i} \\ &\approx 0{,}1673 \end{aligned}$$

La probabilité que le phénomène El Niño soit dominant au plus deux années sur une période de 10 ans est d'environ 0,167 3.

**3.** Comme $X$ suit une loi binomiale $\mathscr{B}(10\,;\,0{,}4)$ : $E(X) = n \times p = 10 \times 0{,}4 = 4$. En moyenne le phénomène El Nino est dominant quatre années sur une période de 10 ans.

### Partie B

**1.**




**2.** $p_0 = 0$
$1 - p_0 = 1$
$p_1 = P(E_1) = P(E_0) \times P_{E_0}(E_1) + P\left(\overline{E_0}\right) \times P_{\overline{E_0}}(E_1) = 0 \times 0{,}5 + 1 \times 0{,}3 = 0{,}3$

**3.** $p_{n+1} = P(E_{n+1}) = P(E_n) \times P_{E_n}(E_{n+1}) + P\left(\overline{E_n}\right) \times P_{\overline{E_n}}(E_{n+1})$
$= p_n \times 0{,}5 + (1-p_n) \times 0{,}3 = 0{,}2 \times p_n + 0{,}3$

**4.** **a.** En utilisant la calculatrice la suite $(p_n)$ semble être croissante et avoir pour limite 0,375.

| $n$ | $p_n$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 0,3 |
| 2 | 0,36 |
| 3 | 0,372 |
| ⋮ | ⋮ |
| 13 | 0,374 999 999 692 8 |
| 14 | 0,374 999 999 938 56 |

**b.** On formule l'hypothèse de récurrence $\mathscr{H}(n)$ : $p_n \leqslant 0{,}375$.

**On vérifie que $\mathscr{H}(0)$ est vraie (initialisation).**

Comme $p_0 = 0 \leqslant 0{,}375$, $\mathscr{H}(0)$ est vraie.

**Montrons que $\mathscr{H}(n) \Rightarrow \mathscr{H}(n+1)$ (hérédité).**

On suppose que $\mathscr{H}(n)$ est vraie, avec $n \in \mathbb{N}$.

$p_{n+1} = 0{,}2 \times p_n + 0{,}3$

D'après $\mathscr{H}(n)$, $p_n \leqslant 0{,}375$, en multipliant par 0,2 on obtient :

$0{,}2 \times p_n \leqslant 0{,}075$, en ajoutant 0,3 on obtient :

$0{,}2 \times p_n + 0{,}3 \leqslant 0{,}375$, ainsi on obtient :

$p_{n+1} \leqslant 0{,}375$ ($\mathscr{H}(n+1)$ est vérifiée)

**D'après le principe de récurrence**,

$\forall n \in \mathbb{N}, n \geqslant 0, p_n \leqslant 0{,}375$

**c.** Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $p_n$ désignant une probabilité est un nombre positif.

Soit $n \in \mathbb{N}$

$p_{n+1} - p_n = -0{,}8 \times p_n + 0{,}3$

$p_{n+1} - p_n \geqslant -0{,}8 \times 0{,}375 + 0{,}3$

$p_{n+1} - p_n \geqslant 0$

Ceci étant valable quelque soit le choix de $n$, $\forall n \in \mathbb{N}$, $p_{n+1} - p_n \geqslant 0$, donc $(p_n)$ est croissante.

**d.** $(p_n)$ est croissante et majorée donc $(p_n)$ est convergente vers $l$. De plus $l \leqslant 0{,}375$.

**5. a.**

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= p_{n+1} - \frac{3}{8} \\ &= 0{,}2 \times p_n + 0{,}3 - \frac{3}{8} \\ &= 0{,}2 \times p_n + 0{,}2 \times \frac{3}{2} - 0{,}2 \times \frac{15}{8} \\ &= 0{,}2 \times p_n + 0{,}2 \times \left(\frac{3}{2} - \frac{15}{8}\right) \\ &= 0{,}2 \times p_n + 0{,}2 \times \left(-\frac{3}{8}\right) \\ &= 0{,}2 \times \left(p_n - \frac{3}{8}\right) \end{aligned}$$

Finalement quel que soit $n$ naturel, $u_{n+1} = 0{,}2 \times u_n$ : ceci prouve que $(u_n)$ est une suite géométrique de raison 0,2.

$u_0 = p_0 - \frac{3}{8} = 0 - \frac{3}{8} = -\frac{3}{8}$

Le premier terme est donné par : $u_0 = -\dfrac{3}{8}$

**b.** Comme $(u_n)$ est une suite géométrique de raison 0,2 de premier terme $u_0 = -\dfrac{3}{8}$ :

$\forall n \in \mathbb{N} : \ u_n = -\dfrac{3}{8} \times 0{,}2^n$

Comme $\forall n \in \mathbb{N} : \ u_n = p_n - \dfrac{3}{8}$,

$\forall n \in \mathbb{N} : \ p_n = -u_n + \dfrac{3}{8} = (-0{,}2^n + 1) \times \dfrac{3}{8} = \dfrac{3}{8}(1 - 0{,}2^n)$

**c.** Comme $0{,}2 < 1$, $\lim\limits_{n \to +\infty} 0{,}2^n = 0$ et donc $\lim\limits_{n \to +\infty} p_n = \dfrac{3}{8}$

**d.** La probabilité d'observer un phénomène El Niño dominant tend vers $\dfrac{3}{8}$ quand le nombre d'années d'observation augmente.

## Exercice 2 — 5 points

**1.** $\binom{14}{2} \times \binom{10}{2} = 4\,095 \neq 272$.
*L'énoncé indique « est-il possible » et ne fait pas intervenir le nombre maximum de groupes composés de deux filles et deux garçons.* Comme $272 < 4\,095$, **l'affirmation est vraie.**

**2.** $f$ est dérivable comme composée de fonctions dérivables.
$\forall x \in \mathbb{R}, \ f'(x) = 6 \times \cos(2x + \pi)$
$f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 6 \times \cos\left(2 \times \dfrac{\pi}{2} + \pi\right) = 6$
$f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 3 \times \sin\left(2 \times \dfrac{\pi}{2} + \pi\right) = 0$
L'équation de la tangente au point d'abscisse $\dfrac{\pi}{2}$ est donnée par :
$y = \left(x - \dfrac{\pi}{2}\right) \times f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) + f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$
$y = 6x - 6 \times \dfrac{\pi}{2}$
$y = 6x - 3\pi$
**L'affirmation est vraie.**

**3.** $\forall x \in ]0 \ ; \ +\infty[, F'(x) = \dfrac{2x \ln x + 2x + 1}{x}$, en particulier $F'(1) = \dfrac{3}{2}$ et $f(1) = 2$. $f$ n'est pas la dérivée de $F$. Ainsi on montre que $F$ n'est pas une primitive de $f$.
**L'affirmation est fausse.**

**4.** $g(0) = 45 \times \mathrm{e}^0 + 20 = 65$
$\forall t \in \mathbb{R} \quad g'(t) + 0{,}06 \times g(t) = 45 \times 0{,}06 \times \mathrm{e}^{0{,}06t} + 0{,}06 \times \left(45 \times \mathrm{e}^{0{,}06t} + 20\right) = 5{,}4 \times \mathrm{e}^{0{,}06t} + 1{,}2$
$g$ n'est pas solution de $(E)$.
**L'affirmation est fausse.**

**5.** Soit $y$ une solution positive de $(E_2)$ on peut écrire $\forall x \in \mathbb{R} \quad y'(x) = y(x) + 3\mathrm{e}^{0{,}4x}$, comme $\forall x \in \mathbb{R} \quad y(x) \geqslant 0$ et $3\mathrm{e}^{0{,}4x} \geqslant 0$, alors $\forall x \in \mathbb{R} \quad y'(x) \geqslant 0$.
On dérive l'équation différentielle :
$\forall x \in \mathbb{R} \quad y''(x) = y'(x) + 1{,}2\mathrm{e}^{0{,}4x}$. Comme $\forall x \in \mathbb{R} \quad y'(x) \geqslant 0$ et $1{,}2\mathrm{e}^{0{,}4x} \geqslant 0$, alors $\forall x \in \mathbb{R} \quad y''(x) \geqslant 0$.
$\forall x \in \mathbb{R} \quad y''(x) \geqslant 0$ donc $y$ est convexe sur $\mathbb{R}$.
**L'affirmation est vraie** : les solutions positives de $(E_2)$ sont des fonctions convexes sur $\mathbb{R}$.

## Exercice 3 — 4 points

### Partie A

**1.** $-x^2+7x+8=0$ admet $-1$ comme solution évidente. L'autre solution de l'équation du second degré est donc 8.

Le trinôme est négatif (du signe du coefficient de $x^2$), sauf entre les racines, d'où le tableau de signes de $x \longmapsto -x^2+7x+8$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $8$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| signe de $-x^2+7x+8$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

L'ensemble des solutions de l'inéquation $-x^2+7x+8 \geqslant 0$ sur $\mathbb{R}$ est l'intervalle $[-1\,;\,8]$

**2.** Pour tout nombre réel $x$ appartenant à l'intervalle $]0\,;\,8]$, $-x^2+7x+8 \geqslant 0$. D'où en ajoutant 1 à chaque membre $-x^2+7x+9 \geqslant 1$.

Comme la fonction logarithme népérien est une fonction croissante on a pour tout $x$ appartenant à $]0\,;\,8]$, $\ln\left(-x^2+7x+9\right) \geqslant \ln(1)$. C'est à dire $\ln\left(-x^2+7x+9\right) \geqslant 0$.

Pour tout $x$ appartenant à $]0\,;\,8]$, $x>0$ et $10\ln\left(-x^2+7x+9\right) \geqslant 0$, donc $f(x) = \dfrac{10\ln\left(-x^2+7x+9\right)}{x} \geqslant 0$.

**3.** Sur l'intervalle $[0\,;\,8]$ la courbe représentative est au dessus de l'axe des abscisses.

### Partie B

**1.** Pour $x \in ]0\,;\,8]$, $\text{M}\left(x, \dfrac{10\ln\left(-x^2+7x+9\right)}{x}\right)$ et donc $\text{N}(x,0)$ et $\text{P}\left(0, \dfrac{10\ln\left(-x^2+7x+9\right)}{x}\right)$.

**2.** Comme pour $x \in ]0\,;\,8]$, l'abscisse de N est positive et l'ordonnée de P est positive.

On peut écrire ON$= x$ et OP$= \dfrac{10\ln\left(-x^2+7x+9\right)}{x}$.

L'aire de ONMP vaut ON × OP donc :

$\forall x \in ]0\,;\,8] \quad \mathscr{A}(x) = x \times \dfrac{10\ln\left(-x^2+7x+9\right)}{x} = 10\ln\left(-x^2+7x+9\right)$

**3.** Sur $]0\,;\,8[$, $-x^2+7x+9>0$ donc $\mathscr{A}$ est une fonction dérivable de la variable $x$ sur $]0\,;\,8[$ comme composée de fonction définies et dérivables.

$\forall x \in ]0\,;\,8[, \mathscr{A}'(x) = 10 \times \dfrac{-2x+7}{-x^2+7x+9}$.

S'il existe $x \in ]0\,;\,8[$ telle que $\mathscr{A}(x)$ soit maximale, il faut que $\mathscr{A}'(x)=0$

Pour $x \in ]0\,;\,8[$, $-x^2+7x+9>0$, $\mathscr{A}'(x)$ est donc du signe de $-2x+7$.

$\mathscr{A}'(x) \geqslant 0 \iff -2x+7 \geqslant 0$

$\mathscr{A}'(x) \geqslant 0 \iff x \leqslant \dfrac{7}{2}$

$\mathscr{A}$ est croissante sur $\left]0\,;\,\dfrac{7}{2}\right[$ et décroissante sur $\left]\dfrac{7}{2}\,;\,8\right[$.

La dérivée s'annule en $\dfrac{7}{2}$, en étant positive avant puis négative après, donc la fonction $\mathscr{A}$ a un maximum sur $]0\,;\,8[$, :

$\mathscr{A}\left(\dfrac{7}{2}\right) = 10\ln(17)+10\ln(5)-20\ln(2) \approx 30{,}56$

### Partie C

**1.**

```
from math import *

def A(x):
        return 10*log(-1 * x**2 + 7*x + 9)

def pluspetitevaleur(k):
        x = 3.5
        while A(x) > k:
                x = x + 0.1
        return x
```

**2.** >>>pluspetitevaleur(30)
4.599999999999998

**3.** Lorsque $k = 35$, la condition `A(x) > 35` n'est pas vérifiée donc le contenu de la boucle n'est pas exécuté. L'appel `pluspetitevaleur(35)` renvoie `3.5`.

## Exercice 4 — 5 points

**1.** **a.** On calcule les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\2\\-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-4\\5\\2\end{pmatrix}$

On constate que $\dfrac{-5}{2} \neq \dfrac{-4}{5}$. Comme les coordonnées des vecteurs ne sont pas proportionnelles, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires et A, B et C ne sont pas alignés.

**b.** D appartient au plan (ABC) si et seulement si les coordonnées de D vérifient l'équation cartésienne du plan (ABC).

$29 \times (-3) + 30 \times (-4) - 17 \times 6 = -309 \neq 35$. Les coordonnées de D ne vérifient pas l'équation cartésienne du plan (ABC), donc les points A, B, C, D ne sont pas coplanaires.

**2.** **a.** Les coordonnées du milieu de [AB] sont : $\dfrac{4+(-1)}{2}$ ; $\dfrac{-1+1}{2}$ ; $\dfrac{3+(-2)}{2}$ soit $\dfrac{3}{2}$ ; 0 ; $\dfrac{1}{2}$.

**b.** Un vecteur normal au plan $P_1$ médiateur du segment [AB] est le vecteur $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}5\\-2\\5\end{pmatrix}$

donc une équation de $P_1$ est $5x - 2y + 5z = k$ avec $k$ tel que les coordonnées du milieu de [AB] vérifient l'équation c'est-à dire si

$5 \times \dfrac{3}{2} - 2 \times 0 + 5 \times \dfrac{1}{2} = k = 10$

Ainsi $5x - 2y + 5z = 10$ est une équation cartésienne de $P_1$.

**3. a.**

$$\begin{aligned}
\text{MC}^2 &= (x-0)^2+(y-4)^2+(z-5)^2\\
&= x^2+y^2+z^2-8y-10z+16+25\\
&= x^2+y^2+z^2-8y-10z+41\\
\text{MD}^2 &= (x-(-3))^2+(y-(-4))^2+(z-6)^2\\
&= x^2+y^2+z^2+6x+8y-12z+9+16+36\\
&= x^2+y^2+z^2+6x+8y-12z+61
\end{aligned}$$

M appartient à $P_2$ est équivalent à $\text{MC}^2 = \text{MD}^2$.

$$\begin{aligned}
\text{MC}^2 = \text{MD}^2 &\iff \text{MC}^2 - \text{MD}^2 = 0\\
&\iff x^2+y^2+z^2-8y-10z+41\\
&\quad -x^2-y^2-z^2-6x-8y+12z-61=0\\
&\iff -6x-16y+2z-20=0\\
&\iff -6x-16y+2z=20\\
&\iff -3x-8y+z=10
\end{aligned}$$

On obtient l'équation cartésienne de $P_2$ : $-3x-8y+z=10$.

**b.** Un vecteur normal à $P_1$ est le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix}5\\-2\\5\end{pmatrix}$.

Un vecteur normal à $P_2$ est le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix}-3\\-2\\5\end{pmatrix}$

On remarque que $\dfrac{5}{-2} \neq \dfrac{-3}{-2}$

Ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires car leur coordonnées ne sont pas proportionnelles.

Comme les vecteurs normaux à $P_1$ et $P_2$ ne sont pas colinéaires, alors les plans $P_1$ et $P_2$ sont sécants.

**4.** $\forall t \in \mathbb{R} \quad 5\times(-2-1{,}9t)-2\times t+5\times(4+2{,}3t) = -10-9{,}5t-2t+20+11{,}5t = 10$

Tout point de $\Delta$ appartient à $P_1$.

$\forall t \in \mathbb{R} \quad -3\times(-2-1{,}9t)-8\times t+(4+2{,}3t) = 6+5{,}7t-8t+4+2{,}3t = 10$

Tout point de $\Delta$ appartient à $P_2$.

$\Delta$ est donc la droite d'intersection de $P_1$ et $P_2$.

**5.** D'après la représentation paramétrique de $\Delta$, un vecteur directeur de $\Delta$ est le vecteur $\vec{\delta}$ de coordonnées $\begin{pmatrix}19\\-10\\23\end{pmatrix}$.

Le plan $P_3$ admet un vecteur normal $\overrightarrow{n_3}$ de coordonnées $\begin{pmatrix}8\\-10\\-4\end{pmatrix}$.

La droite $\Delta$ et le plan $P_3$ ne sont pas sécants si et seulement si un vecteur directeur de $\Delta$ est orthogonal à un vecteur normal au plan $P_3$.

On calcule le produit scalaire des deux vecteurs précités :

$\overrightarrow{\delta} \cdot \overrightarrow{n_3} = 19 \times 8 + (-10) \times (-10) + 23 \times (-4) = 160 \neq 0$

Le produit scalaire n'est pas nul, les deux vecteurs ne sont pas orthogonaux, $\Delta$ et $P_3$ sont donc sécants.

**6.** On considère le point H équidistant des points A, B, C, D. Comme AH = BH, H appartient à $P_1$. Comme DH = CH, H appartient à $P_2$. Ainsi H appartient à l'intersection des deux plans, la droite $\Delta$. Comme AH = CH, H appartient au plan $P_3$. Ainsi H est l'intersection de $\Delta$ et de $P_3$.

*Le point équidistant des sommets d'un tétraèdre est l'intersection des plans médiateurs de ses arêtes.*

On peut déterminer les coordonnées de H.

Il suffit de résoudre l'équation :

$8(-2-1{,}9t) - 10t - 4(4+2{,}3t) = -15$

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.