Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SVT, veuillez visiter :
bac-maths-svt.fr/annales-sujets-et-corriges

# Corrigé du Baccalauréat Polynésie 17 juin 2025

## Sujet 1

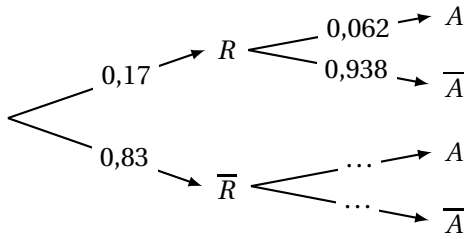
## ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

A. P. M. E. P.

## Exercice 1 — 5 points

**Partie A.**

**1.** Un arbre de probabilité représentant la situation est :




**2.** **a.** $P(R \cap A) = P(R) \times P_R(A) = 0{,}17 \times 0{,}062 = 0{,}010\,54$

La probabilité que l'enfant interrogé habite en zone rurale et soit atteint d'allergie alimentaire vaut 0,010 54.

**b.** Les évènements $R$ et $\overline{R}$ forment une partition de l'univers, donc, d'après la formule des probabilités totales : $P(A) = P\left(R \cap A\right) + P\left(\overline{R} \cap A\right)$

On a donc : $0{,}09 = 0{,}010\,54 + P\left(\overline{R} \cap A\right)$

D'où $P\left(\overline{R} \cap A\right) = 0{,}09 - 0{,}010\,54 = 0{,}079\,46$

La probabilité que l'enfant interrogé habite en zone urbaine et soit atteint d'allergie alimentaire vaut 0,079 46.

**c.** $P_{\overline{R}}(A) = \dfrac{P\left(\overline{R} \cap A\right)}{P\left(\overline{R}\right)} = \dfrac{0{,}079\,46}{0{,}83} = \dfrac{3\,973}{41\,500} \approx 0{,}095\,73.$

La probabilité qu'un enfant soit atteint d'allergie alimentaire sachant qu'il habite en zone urbaine vaut 0,095 7 arrondi à $10^{-4}$.

**Partie B.**

**1.** On répète 100 fois de manière identique et indépendante une expérience aléatoire à deux issues dont le succès « L'enfant est atteint d'une allergie alimentaire » a une probabilité $p = 0{,}09$.

La variable aléatoire $X$ compte le nombre de succès.

Donc $X$ suit une loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0{,}09$.

**2.** À l'aide de la calculatrice : $P(X \geqslant 10) \approx 0{,}412\,49$

La probabilité qu'au moins 10 enfants parmi les 100 interrogés soient atteints d'allergie alimentaire vaut 0,412 5 arrondi à $10^{-4}$.

**Partie C.**

**1.** Dans le contexte de l'exercice, la variable aléatoire $M_{20}$ représente l'âge moyen d'apparition des premiers symptômes pour les 20 enfants.

**2.** $M_{20}$ est la moyenne d'un échantillon de taille $n$ d'une variable aléatoire $A$ telle que $E(A) = 4$ et $V(A) = 2{,}25$ d'où :

$E(M_{20}) = E(A) = 4$

$V(M_{20}) = \dfrac{V(A)}{20} = \dfrac{2{,}25}{20} = 0{,}112\,5$

**3.** L'évènement « $2 < M_{20} < 6$ » revient à

$|M_{20} - 4| < 2$ et $P\Big(|M_{20} - 4| < 2\Big) = 1 - P\Big(|M_{20} - 4| \geqslant 2\Big)$.

Or, d'après l'inégalité de concentration, pour tout réel $t > 0$ :

$P\Big(|M_n - E(A)| \geqslant t\Big) \leqslant \dfrac{V(A)}{nt^2}$.

Soit ici, avec $n = 20$ et $t = 2$ : $P\Big(|M_{20} - 4| \geqslant 2\Big) \leqslant \dfrac{2{,}25}{20 \times 2^2}$,

d'où $P\Big(|M_{20} - 4|P\Big(|M_{20} - 4| < 2\Big) \geqslant 1 - \dfrac{2{,}25}{80}P\Big(|M_{20} - 4| < 2\Big) \quad \geqslant \dfrac{311}{320}$

Or $\dfrac{311}{320} \approx 0{,}971\,9$,

donc : $P(2 < M_{20} < 6) > 0{,}97$.

Dans le contexte de l'exercice cela signifie que dans plus de 97 % des cas, les premiers symptômes apparaissent entre 2 et 6 ans.

## Exercice 2 — 5 points

**1.** Le sol est le plan $P_0$ d'équation $z = 0$ donc l'avion touchera le sol lorsque $z = 0$, c'est à dire $11 - 4t = 0$ soit $t = \dfrac{11}{4}$.

Les coordonnées du point S sont donc : $\begin{cases} x = -11 + 5 \times \dfrac{11}{4} = \dfrac{11}{4} \\ y = -5 + \dfrac{11}{4} = -\dfrac{9}{4} \\ z = 0 \end{cases}$

S'il ne dévie pas de sa trajectoire, les coordonnées du point S en lequel l'avion Bêta touchera le sol sont : $\left(\dfrac{11}{4}; -\dfrac{9}{4}; 0\right)$.

**2.** **a.** L'avion Alpha transmet à la tour sa position en A$(-7; 1; 7)$ et sa trajectoire est dirigée par le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Une représentation paramétrique de la droite $d_{\text{A}}$ caractérisant la trajectoire de l'avion Alpha est donc : $\begin{cases} x = -7 + 2s \\ y = 1 - s \\ z = 7 - 3s \end{cases}$ où $s$ décrit $\mathbb{R}$.

**b.** Les deux avions entreront en collision si leur deux trajectoires se coupent, c'est à dire si les droites $d_{\text{A}}$ et $d_{\text{B}}$ sont sécantes.

Cherchons s'il existe un couple $(t\ ;\ s)$ tel que le point de paramètre $t$ sur $d_{\text{B}}$ soit confondu avec le point de paramètre $s$ sur $d_{\text{A}}$, pour cela, résolvons :

$$\begin{cases} -11+5t=-7+2s \\ -5+t=1-s \\ 11-4t=7-3s \end{cases} \iff \begin{cases} -11+5(6-s)=-7+2s \\ t=6-s \\ 11-4(6-s)=7-3s \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} -11+30-5s=-7+2s \\ t=6-s \\ 11-24+4s=7-3s \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 26=7s \\ t=6-s \\ 7s=20 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} s=\dfrac{26}{7} \\ t=6-s \\ s=\dfrac{20}{7} \end{cases}$$

Le système n'a pas de solution, donc les deux avions ne peuvent pas rentrer en collision.

**3.** **a.** L'avion Alpha passe par la position E$(-3\ ;\ -1\ ;\ 1)$ s'il existe un réel $s$ tel que le point de paramètre $s$ sur $d_A$ ait pour coordonnées $(-3\ ;\ -1\ ;\ 1)$, pour cela, résolvons :

$$\begin{cases} -3=-7+2s \\ -1=1-s \\ 1=7-3s \end{cases} \iff \begin{cases} 4=2s \\ -2=-s \\ -6=-3s \end{cases} \iff \begin{cases} s=2 \\ s=2 \\ s=2 \end{cases}$$

Le point E$(-3\ ;\ -1\ ;\ 1)$ correspond au point de paramètre $s=2$ donc l'avion Alpha passe par le point E.

**b.** Le plan $P_E$ est perpendiculaire à la droite $d_A$ dirigée par le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\-3\end{pmatrix}$, donc $\vec{u}$ est un vecteur normal au plan $P_E$.

Une équation cartésienne du plan $P_E$ est donc de la forme : $2x-y-3z+d=0$ avec $d\in\mathbb{R}$.

De plus, le point E appartient au plan $P_E$ donc les coordonnées du point E vérifient l'équation du plan $P_E$, d'où : $2x_E-y_E-3z_E+d=0$ soit $2\times(-3)-(-1)-3\times1+d=0$ ;

on a donc $-6+1-3+d=0 \iff d=8$

Conclusion : une équation cartésienne du plan $P_E$ est bien : $2x-y-3z+8=0$.

**c.** Déterminons les coordonnées du point F, intersection du plan $P_E$ et de la droite $d_B$.

Les coordonnées des points d'intersection sont solutions du système

$$\begin{cases} x=-11+5t \\ y=-5+t \\ z=11-4t \\ 2x-y-3z+8=0 \end{cases}$$

On cherche donc $t$ qui vérifie $2(-11+5t)-(-5+t)-3(11-4t)+8=0$ c'est-à-dire :

$-22+10t+5-t-33+12t+8=0 \iff 21t=42 \iff t=\dfrac{42}{21}=2.$

On en déduit $\begin{cases} x=-11+5t=-11+5\times 2=-1 \\ y=-5+t=-5+2=-3 \\ z=11-4t=11-4\times 2=11-8=3 \end{cases}$

Le point d'intersection du plan $P_E$ et de la droite $d_B$ est le point F$(-1\ ;\ -3\ ;\ 3)$.

**d.** Le repère est orthonormé on peut donc utiliser les coordonnées pour calculer les distances.

$\text{EF}=\sqrt{(x_F-x_E)^2+\left(y_F-y_E\right)^2+(z_F-z_E)^2}$

$\text{EF}=\sqrt{(-1-(-3))^2+(-3-(-1))^2+(3-1)^2}$

$\text{EF}=\sqrt{(2)^2+(-2)^2+(2)^2}$

$\text{EF}=\sqrt{4+4+4}$

$\text{EF}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

d'où EF$\approx 3{,}464\,1$ km soit EF$\approx 3\,646$ m à 1 m près.

**4.** Si les avions Alpha et Bêta sont respectivement en E et F au même instant, la distance les séparant est de 3 646 m soit environ $\dfrac{3\,646}{1\,852}\approx 1{,}97$ mille nautique.

Or $1{,}97<3$ donc leur distance de sécurité n'est pas respectée.

## Exercice 3 — 5 points

### Partie A : Étude des fonctions $f_n$ pour $n \geqslant 1$

**1.** **a.** On dérive un produit de deux fonctions dérivables sur $[0;+\infty[$. Soit $x$ un réel positif :

$f_n'(x)=nx^{n-1}\times \mathrm{e}^{-x}+x^n\times\left(-\mathrm{e}^{-x}\right)=\left(nx^{n-1}-x^n\right)\mathrm{e}^{-x}$

$=\left(n\times x^{n-1}-x\times x^{n-1}\right)\mathrm{e}^{-x}=\left(n-x\right)x^{n-1}\,\mathrm{e}^{-x}$ .

**b.** La fonction exponentielle est à valeurs strictement positives sur $\mathbb{R}$, donc

$\forall x\in[0;+\infty[,\quad \mathrm{e}^{-x}>0$ ;

Sur $[0\ ;\ +\infty[$, $x$ est donc positif, et donc $x^{n-1}$ est positif aussi ;

Ainsi, $f_n'(x)$ est du signe du facteur $(n-x)$.

On a $\quad n-x>0 \iff n>x,\quad$ donc c'est pour cela que l'on a bien $f_n'(x)>0$ sur $[0\ ;\ n[$, de façon immédiate, $f_n'(n)=0$ et, par élimination, $f_n'(x)<0$ sur $]n\ ;\ +\infty[$.

Le signe de $f_n'(x)$ est donc justifié.

Par conséquent, on en déduit les variations de $f_n$ : sur $[0\ ;\ n]$, $f_n'$ est à valeurs positives, ne s'annulant que de façon isolée (pour $x=n$), donc $f_n$ est strictement croissante sur $[0\ ;\ n]$.

Sur $[n\ ;\ +\infty[$, $f_n'$ est à valeurs négatives, ne s'annulant que de façon isolée (pour $x=n$), donc $f_n$ est strictement décroissante sur $[n\ ;\ +\infty[$.

On calcule les images de 0 et $n$ par $f_n$ :

- $f_n(0)=0^n\times \mathrm{e}^{-0}=0\times 1=0$ ;

- $f_n(n) = n^n \times \mathrm{e}^{-n} = n^n \times \dfrac{1}{\mathrm{e}^n} = \left(\dfrac{n}{\mathrm{e}}\right)^n$ ;

Enfin, calculons la limite de $f_n$ quand $x$ tend vers $+\infty$ :

$\forall x \in ]0\,;\,+\infty[, \quad f_n(x) = x^n\,\mathrm{e}^{-x} = \dfrac{x^n}{\mathrm{e}^x} = \dfrac{1}{\dfrac{\mathrm{e}^x}{x^n}}$

La propriété des croissances comparées dit que, pour tout $n$ naturel non nul :

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\mathrm{e}^x}{x^n} = +\infty$;

Par limite du quotient, on en déduit : $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{\dfrac{\mathrm{e}^x}{x^n}} = 0.$

La courbe $\mathscr{C}_n$ admet donc une asymptote horizontale d'équation $y = 0$ au voisinage de $+\infty$.

On a ainsi justifié tous les éléments de ce tableau de variations.

**2.** Pour $n$ entier naturel non nul, on a : $f_n(1) = 1^n \times \mathrm{e}^{-1} = 1 \times \mathrm{e}^{-1} = \mathrm{e}^{-1}$.
Cela confirme que la courbe $\mathscr{C}_n$ contient bien le point $\mathrm{A}\left(1\,;\,\mathrm{e}^{-1}\right)$.

## Partie B : Étude des intégrales $\displaystyle\int_0^1 f_n(x)\,\mathrm{d}x$ pour $n \geqslant 0$

**1.** **a.** La fonction $f_0$ est à valeurs positives sur $[0;1]$, donc $I_0$ correspond à l'aire, exprimée en unités d'aire, de la surface délimitée par : la courbe $\mathscr{C}_0$, l'axe des abscisses, et les deux droites verticales d'équation $x = 0$ et $x = 1$.

**b.** De la même façon, chaque intégrale $I_n$ est la surface délimitée par la courbe $\mathscr{C}_n$, l'axe des abscisses, et les deux droites verticales d'équation $x = 0$ et $x = 1$.
Graphiquement, on conjecture que chacune de ces surface est incluse dans celles correspondant à un entier $n$ plus petit, donc les aires sont de plus en plus petites, et la suite $(I_n)$ semble décroître, en étant minorée par 0, la suite serait convergente, vers une limite positive, proche de 0, ou vers 0, en effet, l'aire sous la courbe $\mathscr{C}_{100}$ est déjà très faible.

**2.** On a : $\begin{aligned} I_0 &= \int_0^1 \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x = \left[-\mathrm{e}^{-x}\right]_0^1 \\ &= \left(-\mathrm{e}^{-1}\right) - \left(-\mathrm{e}^{-0}\right) = -\mathrm{e}^{-1} + \mathrm{e}^0 \\ &= 1 - \mathrm{e}^{-1} \end{aligned}$

**3.** **a.** Soit $n$ un entier naturel.

$\begin{aligned} x \in [0\,;\,1] &\Longrightarrow 0 \leqslant x \leqslant 1 \\ &\Longrightarrow 0 \times x^n \leqslant x \times x^n \leqslant 1 \times x^n, \quad \text{car } x^n \geqslant 0 \\ &\Longrightarrow 0 \leqslant x^{n+1} \leqslant x^n \end{aligned}$

On arrive bien à l'inégalité demandée.

**b.** Soient $n$ un entier naturel et $x$ un réel de $[0\,;\,1]$. En multipliant l'inégalité précédente par $\mathrm{e}^{-x}$, qui est un nombre réel supérieur à zéro, il vient :
$0 \leqslant x^{n+1}\,\mathrm{e}^{-x} \leqslant x^n\,\mathrm{e}^{-x}$ soit $0 \leqslant f_{n+1}(x) \leqslant f_n(x)$.

Comme on intègre entre 0 et 1, avec $0 < 1$, par positivité de l'intégrale, on en déduit :

$\displaystyle\int_0^1 0\,\mathrm{d}x \leqslant \int_0^1 f_{n+1}(x)\,\mathrm{d}x \leqslant \int_0^1 f_n(x)\,\mathrm{d}x$ soit $0 \leqslant I_{n+1} \leqslant I_n$.

**4.** D'après la question précédente, on a, pour tout entier naturel $n$, simultanément :

— $0 \leqslant I_n$, donc la suite $(I_n)$ est minorée par 0 ;

— $I_{n+1} \leqslant I_n$, donc la suite $(I_n)$ est décroissante ;

La suite étant décroissante et minorée par 0, elle est donc convergente, vers une limite $\ell$ supérieure ou égale à 0.

**5.** Soit $n$ un entier naturel $n$.

On pose : $\begin{cases} u(x) = x^{n+1} \\ v(x) = -\mathrm{e}^{-x} \end{cases}$ et $\begin{cases} u'(x) = (n+1)x^n \\ v'(x) = \mathrm{e}^{-x} \end{cases}$

Toutes ces fonctions étant continues car dérivables sur $[0\,;1]$, on a :

$$I_{n+1} = \int_0^1 f_{n+1}(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 x^{n+1}\,\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x = \int_0^1 u(x)\times v'(x)\,\mathrm{d}x$$

$$= \Big[u(x)\times v(x)\Big]_0^1 - \int_0^1 u'(x)\times v(x)\,\mathrm{d}x \quad \text{formule d'intégration par parties}$$

$$= \Big[x^{n+1}\times\big(-\mathrm{e}^{-x}\big)\Big]_0^1 - \int_0^1 (n+1)x^n\times\big(-\mathrm{e}^{-x}\big)\,\mathrm{d}x$$

$$= \big(-1^{n+1}\times\mathrm{e}^{-1}\big) - \big(-0^{n+1}\times\mathrm{e}^{-0}\big) + (n+1)\int_0^1 x^n\,\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x \quad \text{par linéarité}$$

$$= (n+1)I_n - \frac{1}{\mathrm{e}}$$

On arrive bien à la relation de récurrence annoncée.

**6.** **a.** Supposons que la limite $\ell$ est supérieure à zéro.

Alors, par limite du produit, on a : $\lim\limits_{n\to+\infty}(n+1)I_n = +\infty$

Puis par limite de la somme : $\lim\limits_{n\to+\infty}(n+1)I_n - \dfrac{1}{\mathrm{e}} = +\infty$.

Soit $\lim\limits_{n\to+\infty} I_{n+1} = +\infty$, autrement dit, la suite de terme général $I_{n+1}$ **diverge** vers $+\infty$.

Or la suite de terme général $I_{n+1}$ a la même limite que la suite de terme général $I_n$, qui elle **converge** vers un réel positif $\ell$ (dont on peut dire qu'il est inférieur à $I_0 = 1-\mathrm{e}^{-1}$).

L'unicité de la limite est donc en contradiction avec ces résultats.

**b.** Dans la question précédente, on a fait une supposition non étayée : on a supposé $\ell > 0$. Cette supposition conduisant à une contradiction, cela démontre, par l'absurde que l'on a $\ell \leqslant 0$.

Comme on savait, depuis la question **4.**, que $\ell$ est un réel positif, on peut donc en déduire que l'on a : $\ell = 0$.

La suite $(I_n)$ converge donc vers 0.

**7.** Ici, l'appel `mystère(100)` renvoie une liste (stockée dans la variable `L`) contenant les valeurs (approchées) des 101 premiers termes de la suite, de $I_0$ à $I_{100}$.

En effet, I est initialisée (ligne 2) à la valeur $I_0$, puis L est initialisée (ligne 3) en tant que liste contenant la valeur $I_0$.

Ensuite, on rentre dans un boucle à `n` = 100 répétitions (pour `i` allant de 0 à 99), et dans chaque exécution, la variable `I` est mise à jour (ligne 5) en utilisant la relation de récurrence de la suite $(I_n)$, donc passe de la valeur d'un terme à la valeur du terme suivant dans la suite $(I_n)$. Cette nouvelle valeur est ensuite ajoutée à la fin de la liste `L` (ligne 7).

En sortie de boucle, on a donc appliqué 100 fois la relation de récurrence, donc la variable `I` contient bien la valeur (approchée de) $I_{0+100} = I_{100}$, qui a été la dernière ajoutée à la liste `L`.

**Remarque** ⚠

Si on fait effectivement tourner le script Python donné dans l'énoncé, les résultats sont manifestement faux à partir de $n = 18$ puisque les valeurs trouvées deviennent négatives !
Les calculs se font avec une valeur approchée de e et les erreurs se cumulent assez rapidement.
Les calculs effectués sur tableur ne donnent pas de meilleurs résultats.
En revanche, si on calcule les aires sous la courbe avec GeoGebra, les résultats semblent corrects, et la suite des intégrales tend effectivement vers 0.

## Exercice 4 — 5 points

1. **Affirmation 1 : Vraie.**
   On reconnaît une forme présente dans le cours : les équations différentielles de la forme $y' = ay + b$, avec $a$ et $b$ réels non nuls ont pour solution les fonctions de la forme : $x \longmapsto k\,\mathrm{e}^{ax} - \dfrac{b}{a}$, où $k$ est un réel quelconque.
   Ici, on applique cette propriété avec $a = \dfrac{1}{2}$ et $b = 4$, ce qui donne bien l'équation différentielle $y' = \dfrac{1}{2}y + 4$, ayant pour solution les fonction de la forme : $x \longmapsto k\,\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x} - \dfrac{4}{\frac{1}{2}}$
   soit $x \longmapsto k\,\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x} - 8$, avec $k \in \mathbb{R}$.
2. **Affirmation 2 : Vraie.**
   Une équipe de volley-ball telle que décrite est constituée d'un couple de deux éléments. Le premier élément de ce couple est un ensemble de 3 élèves filles distinctes (donc pas de répétition), qui n'ont pas de rôle particulier, donc on parle d'un ensemble, et pas d'une liste ou d'un triplet (donc pas de notion d'ordre) : on va utiliser des combinaisons.
   3 filles choisies parmi les 18 de la classe : il y a $\binom{18}{3} = 816$ façons de choisir les trois filles qui constitueront ce premier ensemble.
   Le deuxième élément du couple sera un ensemble de trois élèves garçons, choisis avec les même principes.
   3 garçons choisis parmi les 14 de la classe : il y a $\binom{14}{3} = 364$ façons de choisir les trois garçons qui constitueront ce second ensemble.
   Finalement, par principe multiplicatif, une équipe est un ensemble de trois filles choisi parmi les 816 ensembles possibles, associé à un ensemble de garçons parmi les 364 ensembles possibles : il y a donc $816 \times 364 = 297\,024$ équipes différentes possibles.
3. **Affirmation 3 : Vraie.**
   Pour tout $n$ entier naturel, on a :

$$-1 \leqslant \cos(n) \leqslant 1 \implies 1 \leqslant 2+\cos(n) \leqslant 3$$
$$\implies \frac{1}{3} \leqslant \frac{1}{2+\cos(n)} \leqslant \frac{1}{1} \quad \text{fonction inverse est décroissante sur } \mathbb{R}_+^*$$
$$\implies \frac{n}{3} \leqslant \frac{n}{2+\cos(n)} \quad \text{car } n \geqslant 0$$
$$\implies \frac{n}{3} \leqslant v_n$$

Par limite du quotient, on a immédiatement : $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n}{3} = +\infty$,
donc, par comparaison, $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$, ce qui est l'affirmation 3.

**4. Affirmation 4 : Fausse.**

On a : $\overrightarrow{\text{AB}}\begin{pmatrix}4\\-2\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\text{AC}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$, donc, comme le repère est orthonormé, on a :

$\overrightarrow{\text{AB}} \cdot \overrightarrow{\text{AC}} = 4\times 1 + (-2)\times 0 + 6\times 1 = 10$, la première partie de l'affirmation est donc vraie.

Cependant, on peut aussi calculer les normes et en déduire le cosinus de l'angle $\widehat{\text{BAC}}$, défini par les deux vecteurs.

$\text{AB} = \sqrt{4^2+(-2)^2+6^2} = \sqrt{16+4+36} = \sqrt{56} = \sqrt{4\times 14} = 2\sqrt{14}$.

$\text{AC} = \sqrt{1^2+0^2+1^2} = \sqrt{1+0+1} = \sqrt{2}$.

On a donc, avec la définition trigonométrique du produit scalaire :

$\overrightarrow{\text{AB}} \cdot \overrightarrow{\text{AC}} = \text{AB}\times\text{AC}\times\cos\left(\widehat{\text{BAC}}\right) = 2\sqrt{14}\times\sqrt{2}\times\cos\left(\widehat{\text{BAC}}\right) = 4\sqrt{7}\cos\left(\widehat{\text{BAC}}\right)$

En égalant ces deux expressions du produit scalaire, on déduit :

$10 = 4\sqrt{7}\cos\left(\widehat{\text{BAC}}\right)$ qui équivaut à : $\cos\left(\widehat{\text{BAC}}\right) = \dfrac{10}{4\sqrt{7}} = \dfrac{5\sqrt{7}}{14}$.

Il se trouve que le cosinus de 30° est connu, il vaut $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et est donc différent de celui trouvé ici : l'angle ne mesure dont pas 30°.

**Remarque :** une valeur approchée d'une mesure de l'angle peut être obtenue à la calculatrice :

$\widehat{\text{BAC}} = \arccos\left(\dfrac{5\sqrt{7}}{14}\right) \approx 19°$.

**5. Affirmation 5 : Vraie.**

En effet, pour tout x réel strictement positif, on a : $h''(x) = x\ln(x) - 3x = x\big(\ln(x) - 3\big)$

$x$ étant strictement positif, le signe de $h''(x)$ est donc le signe de $\ln(x) - 3$.

$$x \in \left[\,\mathrm{e}^3\,;\,+\infty\right[ \implies \mathrm{e}^3 \leqslant x$$
$$\implies \ln\left(\mathrm{e}^3\right) \leqslant \ln(x) \quad \text{car ln est croissante sur } \mathbb{R}*+$$
$$\implies 3 \leqslant \ln(x)$$
$$\implies 0 \leqslant \ln(x) - 3$$
$$\implies 0 \leqslant h''(x)$$

Sur l'intervalle $\left[\,\mathrm{e}^3\,;\,+\infty\right[$, la dérivée seconde de $h$ est donc à valeurs positives, donc la dérivée première de $h$ est croissante, et donc $h$ elle-même est bien convexe sur cet intervalle.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.