Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SVT, veuillez visiter :
bac-maths-svt.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du bac général 2025
Spécialité Mathématiques
Asie-Pacifique – Jour 1

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2025

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.

Correction proposée par un professeur de mathématiques pour le site sujetdebac.fr

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé mathématiques au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

EXERCICE 1 (5 points)

Affirmation 1

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \quad \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} \alpha - 1 \\ 2 \\ \alpha \end{pmatrix}$$

Pour que $\vec{j} = (0, 1, 0)$ soit normal au plan (ABC), il faut qu'il soit orthogonal à tous les vecteurs du plan, donc en particulier à $\overrightarrow{AB}$ et à $\overrightarrow{AC}$.

On calcule les produits scalaires :

- $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{j} = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 0$
- $\overrightarrow{AC} \cdot \vec{j} = (\alpha - 1) \cdot 0 + 2 \cdot 1 + \alpha \cdot 0 = 2 \neq 0$

Donc $\vec{j}$ n'est pas orthogonal à $\overrightarrow{AC}$, et donc ne peut pas être normal au plan (ABC).

Affirmation 1 : fausse

Affirmation 2

La droite (AC) est parallèle à la droite (d) s'il existe une valeur de α telle que $\overrightarrow{AC}$ soit colinéaire au vecteur directeur de (d), à savoir $\vec{u} = (1,\ 2,\ -1)$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} \alpha - 1 \\ 2 \\ \alpha \end{pmatrix}$$

On cherche $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que :

$$\overrightarrow{AC} = \lambda\vec{u} \Rightarrow \begin{cases} \alpha - 1 = \lambda \\ 2 = 2\lambda \\ \alpha = -\lambda \end{cases}$$

On résoud le système :

- De la 2ème équation : $\lambda = 1$
- Donc : $\alpha - 1 = 1 \Rightarrow \alpha = 2$
- Mais 3ème équation donne $\alpha = -1$: contradiction

Il n'existe aucune valeur de α qui satisfait toutes les équations. Donc les droites (AC) et (d) ne sont jamais parallèles.

Affirmation 2: fausse

Affirmation 3

- $\overrightarrow{AO} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Le produit scalaire est :

$$\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} = (-1) \cdot 1 + (-1) \cdot 0 + 0 \cdot 0 = -1$$

On calcule les normes :

$$\| \overrightarrow{AO} \| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}, \quad \| \overrightarrow{AB} \| = \sqrt{1^2} = 1$$

$$\cos(\theta) = \frac{\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}}{\| \overrightarrow{AO} \| \cdot \| \overrightarrow{AB} \|} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \approx -0{,}707 \Rightarrow \theta \approx \arccos(-0{,}707) \approx 135°$$

Affirmation 3: vraie

Affirmation 4

On cherche le projeté orthogonal H de A sur (d). Soit $H = (1 + t, 2t, -t)$

Le vecteur $\overrightarrow{AH} = H - A = \begin{pmatrix} t \\ 2t - 1 \\ -t \end{pmatrix}$

Ce vecteur est orthogonal à la droite si $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0$, où $\vec{u} = (1, 2, -1)$

$$\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = t + 2(2t - 1) + (-t)(-1) = t + 4t - 2 + t = 6t - 2$$

Posons $6t - 2 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{3}$

Donc les coordonnées de H sont :

$$x = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}, \quad y = \frac{2}{3}, \quad z = -\frac{1}{3}$$

Ce n'est pas le point $(1, 2, 2)$.

Affirmation 4 : fausse

Affirmation 5

On cherche les points de la droite (d) situés à distance 1 de $O(0; 0; 0)$, donc :

$$M(t) = (1 + t, 2t, -t) \Rightarrow \| \overrightarrow{OM(t)} \|^2 = (1 + t)^2 + (2t)^2 + (-t)^2 = 1 + 2t + t^2 + 4t^2 + t^2$$
$$= 6t^2 + 2t + 1$$

On cherche les t tels que $\| \overrightarrow{OM(t)} \| = 1 \Rightarrow 6t^2 + 2t + 1 = 1 \Rightarrow 6t^2 + 2t = 0$

$$t(6t + 2) = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ ou } t = -\frac{1}{3}$$

Donc la droite (d) coupe la sphère en deux points distincts

Affirmation 5 : vraie

EXERCICE 2 (5 points)

Partie A

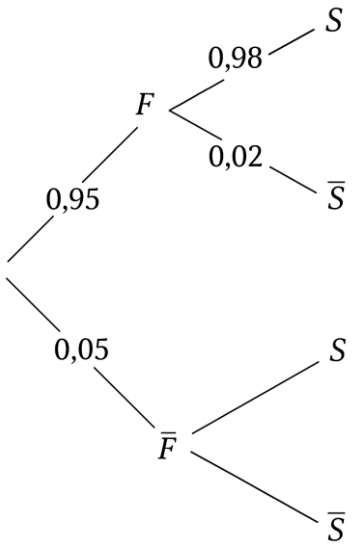
1. On nous dit que :

- 95 % des jouets réussissent le test de fabrication → $P(F) = 0{,}95$
- Parmi les jouets qui réussissent le test de fabrication, 98 % réussissent le test de sécurité → $P_F(S) = 0{,}98$

2.(a) On construit l'arbre pondéré :

- $P(F) = 0{,}95$, donc $P(\overline{F}) = 0{,}05$
- $P_F(S) = 0{,}98$, donc $P_F(\overline{S}) = 0{,}02$
- On ne connaît pas directement $P_{\overline{F}}(S)$, mais on nous dit que 1 % des jouets ne réussissent aucun des deux tests :

$$P(\overline{F} \cap \overline{S}) = 0{,}01$$



2.(b) On utilise la définition de la probabilité conditionnelle :

$$P_{\overline{F}}(\overline{S}) = \frac{P(\overline{F} \cap \overline{S})}{P(\overline{F})} = \frac{0{,}01}{0{,}05} = 0{,}2$$

3. On cherche $P(F \cap S)$

$$P(F \cap S) = P(F) \cdot P_F(S) = 0{,}95 \cdot 0{,}98 = 0{,}931$$

Donc la probabilité que le jouet réussisse les deux tests est 0,931.

4. On veut la probabilité que le jouet réussisse le test de sécurité, donc :

$$P(S) = P(F \cap S) + P(\overline{F} \cap S)$$

On a :

- $P(F \cap S) = 0{,}931$ (vu ci-dessus)
- $P(\overline{F} \cap S) = P(\overline{F}) \cdot P_{\overline{F}}(S) = 0{,}05 \cdot 0{,}8 = 0{,}04$

Donc :

$$P(S) = 0{,}931 + 0{,}04 = 0{,}971$$

Arrondi au centième : 0,97.

5. On cherche $P_F(S)$ conditionné par le fait que le jouet a réussi le test de sécurité, donc :

$$P_S(F) = \frac{P(F \cap S)}{P(S)} = \frac{0{,}931}{0{,}971} \approx 0{,}9588$$

Arrondi au centième : 0,96.

Partie B

1. La variable aléatoire S_n suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n, 0{,}95)$.

On a donc :

- $\mathbb{E}(S_n) = n \cdot 0{,}95$
- $\text{Var}(S_n) = n \cdot 0{,}95 \cdot (1 - 0{,}95) = n \cdot 0{,}0475$

2.(a) On prend $n = 150$, on veut $P(S_{150} = 145)$.

$$P(S_{150} = 145) = \binom{150}{145} \cdot 0,95^{145} \cdot 0,05^{5}$$

Valeur approchée via calculatrice :

$$P(S_{150} = 145) \approx 0,109$$

Interprétation : Il y a environ 10,9 % de chances qu'un échantillon de 150 jouets contienne exactement 145 jouets conformes.

2.(b) On veut la probabilité que au moins 94 **%** des 150 jouets réussissent le test de fabrication. 94 % de 150 = $0,94 \times 150 = 141$

Donc on cherche :

$$P(S_{150} \geq 141) = 1 - P(S_{150} \leq 140)$$

Valeur approchée via calculatrice ou table binomiale :

$$P(S_{150} \geq 141) \approx 0,781$$

3.(a) On pose $F_n = \frac{S_n}{n}$, donc :

$$\mathbb{E}(F_n) = \frac{\mathbb{E}(S_n)}{n} = \frac{n \cdot 0,95}{n} = 0,95$$

$$\text{Var}(F_n) = \frac{\text{Var}(S_n)}{n^2} = \frac{n \cdot 0,0475}{n^2} = \frac{0,0475}{n}$$

3.(b) On cherche la valeur de n telle que :

$$P(0,93 < F_n < 0,97) \geq 0,96$$

On utilise l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev :

$$P(|F_n - 0,95| \geq 0,02) \leq \frac{\text{Var}(F_n)}{0,02^2} = \frac{0,0475}{n \cdot 0,0004} = \frac{118,75}{n}$$

Donc :

$$P(|F_n - 0,95| < 0,02) \geq 1 - \frac{118,75}{n}$$

On veut que cette quantité soit $\geq 0,96$, donc :

$$1 - \frac{118,75}{n} \geq 0,96 \Rightarrow \frac{118,75}{n} \leq 0,04 \Rightarrow n \geq \frac{118,75}{0,04} = 2968,75$$

Donc il faut prendre $n \geq 2969$.

EXERCICE 3 (5 points)

Partie A

1. Calcul de u_2 :

$$u_2 = 2 + 0{,}8 \times u_1 = 2 + 0{,}8 \times 2 = 2 + 1{,}6 = 3{,}6$$

2. On souhaite montrer, par récurrence, que pour tout entier $n \geq 1$:

$$u_n = 10 - 8 \times (0{,}8)^{n-1}$$

Initialisation **:**

Pour $n = 1$:

$$u_1 = 10 - 8 \times (0{,}8)^0 = 10 - 8 = 2$$

Hérédité **:**

Supposons que la formule est vraie au rang n, c'est-à-dire :

$$u_n = 10 - 8 \times (0{,}8)^{n-1}$$

Montrons qu'elle est encore vraie au rang $n + 1$:

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= 2 + 0{,}8u_n = 2 + 0{,}8(10 - 8 \times (0{,}8)^{n-1}) = 2 + 8 - 6{,}4 \times (0{,}8)^{n-1} \\ &= 10 - 6{,}4 \times (0{,}8)^{n-1} \end{aligned}$$

Mais $6{,}4 \times (0{,}8)^{n-1} = 8 \times (0{,}8)^n$, donc :

$$u_{n+1} = 10 - 8 \times (0{,}8)^n$$

Conclusion **:** la relation est vraie pour tout $n \geq 1$.

3. On cherche la limite de u_n quand $n \to +\infty$.

$$u_n = 10 - 8 \times (0{,}8)^{n-1} \to 10 \quad \text{car } (0{,}8)^{n-1} \to 0$$

Interprétation : La quantité de médicament dans l'organisme tend vers 10 mL à long terme.

4. On veut savoir si l'inéquation $u_N \geq 10$ a des solutions.

Mais on a :

$$u_n = 10 - 8 \times (0{,}8)^{n-1} < 10 \quad \text{pour tout } n.$$

Donc cette inéquation n'a pas de solution.

Interprétation : La quantité de médicament sera toujours strictement inférieure à 10 mL.

5. On cherche le plus petit entier n tel que $u_n > 9$.

$$10 - 8 \times (0{,}8)^{n-1} > 9 \Rightarrow 1 > 8 \times (0{,}8)^{n-1} \Rightarrow (0{,}8)^{n-1} < \frac{1}{8}$$

On passe au logarithme :

$$(n-1)\ln(0{,}8) < \ln\left(\frac{1}{8}\right) \Rightarrow n - 1 > \frac{\ln(1/8)}{\ln(0{,}8)} \approx \frac{-2{,}079}{-0{,}223} \approx 9{,}32 \Rightarrow n > 10{,}32$$

Donc $n = 11$ est le plus petit entier qui convient. La quantité de médicament dépasse 9 mL à partir de la 11ème prise.

Partie B

1. On a :

$$S_2 = \frac{u_1 + u_2}{2} = \frac{2 + 3{,}6}{2} = \frac{5{,}6}{2} = 2{,}8$$

2. On veut montrer que :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_n = 10n - 40 + 40 \times (0{,}8)^n$$

On utilise l'expression :

$$u_k = 10 - 8 \cdot (0{,}8)^{k-1}$$

Alors :

$$\sum_{k=1}^{n} u_k = \sum_{k=1}^{n} (10 - 8 \cdot (0{,}8)^{k-1}) = 10n - 8 \sum_{k=1}^{n} (0{,}8)^{k-1}$$

La somme géométrique vaut :

$$\sum_{k=1}^{n} (0{,}8)^{k-1} = \frac{1 - (0{,}8)^n}{1 - 0{,}8} = \frac{1 - (0{,}8)^n}{0{,}2} = 5 \cdot (1 - (0{,}8)^n)$$

Donc :

$$u_1 + \cdots + u_n = 10n - 8 \cdot 5(1 - (0{,}8)^n) = 10n - 40(1 - (0{,}8)^n)$$
$$= 10n - 40 + 40 \cdot (0{,}8)^n$$

3. On cherche la limite de S_n :

$$S_n = \frac{u_1 + \cdots + u_n}{n} = \frac{10n - 40 + 40(0{,}8)^n}{n} = 10 - \frac{40}{n} + \frac{40(0{,}8)^n}{n}$$

Les deux derniers termes tendent vers 0, donc :

$$\lim_{n\to+\infty} S_n = 10$$

4. On observe que la variable s correspond à la formule de S_n. Donc mystere(9) retourne le plus petit entier n tel que :

$$S_n \geq 9$$

5. On veut justifier que la valeur renvoyée par mystere(9) est strictement supérieure à 10.

Cela revient à dire que la valeur de n pour laquelle la moyenne dépasse 9 est supérieure à 10.

Mais on a vu que $u_n > 9$ à partir de $n = 11$, or :

$$S_n \leq u_n \quad \text{(car } u_n \text{ est croissante vers 10)}$$

Donc, pour que la moyenne dépasse 9, il faut plusieurs termes suffisamment grands, ce qui n'est pas le cas avant $n = 11$.

Donc la valeur renvoyée par mystere(9) est bien strictement supérieure à 10.

EXERCICE 4 (5 points)

1.(a) On dérive g :

$$g'(x) = e^{\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} = f(x)$$

1.(b) On veut dériver $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$

C'est une fonction de la forme $\frac{u(x)}{v(x)}$, avec :

- $u(x) = e^{\sqrt{x}}$, donc $u'(x) = e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- $v(x) = 2\sqrt{x}$, donc $v'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

Alors, par la formule du quotient :

$$f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot 2\sqrt{x} - e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}}{(2\sqrt{x})^2} = \frac{e^{\sqrt{x}} - \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}}{4x} = \frac{e^{\sqrt{x}}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{4x}$$
$$= \frac{e^{\sqrt{x}}(\sqrt{x} - 1)}{4x\sqrt{x}}$$

2.(a) On cherche la limite de $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$ quand $x \to 0^+$.

- $e^{\sqrt{x}} \to 1$
- $\sqrt{x} \to 0$, donc $\frac{1}{\sqrt{x}} \to +\infty$

Alors :

$$f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} \to +\infty$$

2.(b) La fonction f tend vers $+\infty$ quand $x \to 0^+$, donc la courbe $\mathcal{C}_f$ a une asymptote verticale en $x = 0$.

3.(a) On cherche la limite de $f(x)$ quand $x \to +\infty$.

On a :

- $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x} = +\infty$
- $\lim\limits_{X\to+\infty} \frac{e^X}{X} = +\infty$ (théorème des croissances comparées)

Ainsi, par composition (en posant $X = \sqrt{x}$), on obtient :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

3.(b) On étudie le signe de $f'(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1)}{4x\sqrt{x}}$

Comme $e^{\sqrt{x}}$ et le dénominateur $4x\sqrt{x}$ sont strictement positifs sur $]0; +\infty[$, le signe de $f'(x)$ est le même que celui de $\sqrt{x} - 1$ sur cet intervalle.
Ainsi :

- $f'(x) < 0$ pour $x \in]0; 1[$
- $f'(x) = 0$ pour $x = 1$
- $f'(x) > 0$ pour $x > 1$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	↘	$f(1)=\frac{e}{2}$	↗	$+\infty$

Donc f a un minimum en $x = 1$

3.(c) On veut résoudre $f(x) = 2$ sur l'intervalle $[1; +\infty[$.

On sait que f est strictement croissante sur cet intervalle, et :

- $f(1) = \frac{e}{2} \approx 1{,}36 < 2$
- $\lim f(x) = +\infty$

Donc il existe une unique solution sur $[1; +\infty[$.

On peut chercher une valeur approchée avec la calculatrice :

- $f(2) = \frac{e^{\sqrt{2}}}{2\sqrt{2}} \approx \frac{4{,}11}{2{,}83} \approx 1{,}45$
- $f(4) = \frac{e^2}{2 \cdot 2} = \frac{e^2}{4} \approx \frac{7{,}39}{4} \approx 1{,}85$
- $f(5) \approx \frac{e^{\sqrt{5}}}{2\sqrt{5}} \approx \frac{12{,}18}{4{,}47} \approx 2{,}72$

Par lecture graphique ou avec la calculatrice, on trouve :

$$x \approx 4{,}6 \quad \text{(valeur approchée à 0,1 près)}$$

4.(a) On veut calculer l'intégrale :

$$I = \int_1^2 f(x)\,dx$$

Or on sait que $f(x) = g'(x)$, et $g(x) = e^{\sqrt{x}}$

Donc :

$$I = \int_1^2 g'(x)\,dx = g(2) - g(1) = e^{\sqrt{2}} - e^1 \approx 4{,}11 - 2{,}72 = 1{,}39$$

4.(b) L'intégrale I correspond à l'aire sous la courbe $\mathcal{C}_f$ entre $x = 1$ et $x = 2$.

5.(a) On pose $X = \sqrt{x}$

Alors :

$$x = X^2 \Rightarrow \sqrt{x} = X \Rightarrow x - 3\sqrt{x} + 3 = X^2 - 3X + 3$$

Cette expression est un polynôme. Le discriminant est :

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 9 - 12 = -3 < 0$$

Donc ce polynôme est strictement positif pour tout $X \in \mathbb{R}$.

Donc :

$$x - 3\sqrt{x} + 3 > 0 \quad \text{pour tout } x > 0$$

5.(b) On a :

$$f''(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}(x - 3\sqrt{x} + 3)}{8x^2\sqrt{x}}$$

Tous les termes sont positifs sur $]0; +\infty[$, d'après 5(a) Donc :

$$f''(x) > 0 \quad \text{pour tout } x > 0$$

Donc f est convexe sur $]0; +\infty[$.

———

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé mathématiques au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.