Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SVT, veuillez visiter :
bac-maths-svt.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du bac général 2025
Spécialité Mathématiques
Asie Remplacement – Jour 1

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2025

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.

Correction proposée par un professeur de mathématiques pour le site sujetdebac.fr

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

EXERCICE 1 (5 points)

1. Affirmation 1 : vraie

f est un produit : $f(x) = x \times e^{-2x}$

Donc :

$$f'(x) = 1 \times e^{-2x} + x \times (-2)e^{-2x} = (1-2x)e^{-2x} = (-2x+1)e^{-2x}$$

L'égalité annoncée est bien vérifiée.

2. Affirmation 2 : vraie

Avec $y = f$, on a :

$$y'(x) = f'(x) = (1-2x)e^{-2x} \qquad \text{et} \qquad 2y(x) = 2xe^{-2x}$$

Alors :

$$y'(x) + 2y(x) = (1-2x)e^{-2x} + 2xe^{-2x} = e^{-2x}$$

Donc f est bien solution de $y' + 2y = e^{-2x}$ sur $\mathbb{R}$.

3. Affirmation 3 : fausse

On dérive $f'(x) = (1-2x)e^{-2x}$:

$$f''(x) = (-2)e^{-2x} + (1-2x)(-2)e^{-2x} = (4x-4)e^{-2x} = 4(x-1)e^{-2x}$$

Comme $e^{-2x} > 0$ pour tout x, le signe de $f''(x)$ est celui de $x-1$.

Sur $]-\infty; 1]$, on a $x - 1 \leq 0$, donc $f''(x) \leq 0$.

Donc f est concave (et non convexe) sur cet intervalle.

4. Affirmation 4 : vraie

Sur $]-\infty; 0]$, on a $1 - 2x > 0$, donc $f'(x) = (1-2x)e^{-2x} > 0$.

Donc f est strictement croissante sur $]-\infty; 0]$.

De plus $f(-1) = -e^2 < -1$ et $f(0) = 0 > -1$. Par continuité, l'équation $f(x) = -1$ admet au moins une solution dans $]-1; 0[$.

Comme f est strictement croissante sur $]-\infty; 0]$, cette solution est unique sur $\mathbb{R}$ car pour $x > 0$ on a $f(x) \geq 0$.

Remarque : Il n'est pas demandé ici de dresser le tableau de variations complet de f. Optimisez votre temps de réponse !

5. Affirmation 5 : vraie

Sur $[0; 1]$, $f(x) = xe^{-2x} \geq 0$, donc l'aire demandée vaut :

$$\mathcal{A} = \int_0^1 x\, e^{-2x}\, dx$$

Par intégration par parties avec :

$$u = x \qquad u' = 1$$
$$v' = e^{-2x} \qquad v = -1/2\, e^{-2x}$$

On obtient :

$$\mathcal{A} = \int_0^1 x\, e^{-2x}\, dx$$
$$= \left[-\frac{1}{2}xe^{-2x}\right]_0^1 - \int_0^1 -\frac{1}{2}e^{-2x}\, dx$$
$$= -\frac{1}{2}e^{-2} + \int_0^1 \frac{1}{2}e^{-2x}\, dx$$
$$= -\frac{1}{2}e^{-2} + \left[-\frac{1}{4}e^{-2x}\right]_0^1$$
$$= -\frac{1}{2}e^{-2} - \frac{1}{4}e^{-2} + \frac{1}{4}$$
$$= \frac{1}{4} - \frac{3e^{-2}}{4}$$

Ce qui correspond bien à l'expression proposée.

EXERCICE 2 (5 points)

1. Dans le repère orthonormé $(A;\ \overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$, on a :

$$A(0;0;0) \qquad B(1\ ;0\ ;0) \qquad G(1\ ;1\ ;1) \qquad I\left(\frac{1}{2};0;0\right) \qquad J\left(1;\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$$

2. a) $\overrightarrow{AJ} = (1;\frac{1}{2};\frac{1}{2})$, donc une représentation paramétrique de (AJ) est :

$$\begin{cases} x = t \\ y = \dfrac{1}{2}\,t \\ z = \dfrac{1}{2}\,t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

2. b) $\overrightarrow{IG} = G - I = \left(\frac{1}{2};1;1\right)$, donc une représentation paramétrique de (IG) est :

$$\begin{cases} x = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\,t \\ y = t \\ z = t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

2. c) Un point de (AJ) a pour coordonnées $(s;\frac{s}{2};\frac{s}{2})$.

Un point de (IG) a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2}+\frac{t}{2};t;t\right)$.

On résout :

$$\begin{cases} s = \dfrac{1}{2} + \dfrac{t}{2} \\ \dfrac{s}{2} = t \end{cases}$$

La deuxième équation donne $s = 2t$. En remplaçant dans la première :

$$2t = \frac{1}{2} + \frac{t}{2}$$

$$\Leftrightarrow 4t = 1 + t$$

$$\Leftrightarrow 3t = 1$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$$

Donc :

$$s = 2t = \frac{2}{3}$$

Ainsi le point d'intersection est :

$$S\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$$

Les droites (AJ) et (IG) sont donc sécantes en S.

3. a) Dans le plan (ABG), on peut prendre deux vecteurs directeurs non colinéaires :

$$\overrightarrow{AB} = (1;0;0) \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{BG} = (0;1;1)$$

Avec $\vec{n} = (0;-1;1)$, on a :

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \qquad \text{et} \qquad \vec{n} \cdot \overrightarrow{BG} = -1 + 1 = 0$$

Donc $\vec{n}$ est orthogonal à deux directions du plan, il est donc normal au plan (ABG).

3. b) Une équation cartésienne d'un plan de vecteur normal $(0;-1;1)$ passant par $A(0;0;0)$ est :

$$0x - 1y + 1z = 0$$
$$\Leftrightarrow -y + z = 0$$
$$\Leftrightarrow z = y$$

3. c) Sur la droite (d), on a : $x = \frac{1}{2} \qquad y = -t \qquad z = 1 + t$

À l'intersection avec le plan $z = y$, on doit donc avoir :

$$1 + t = -t$$
$$\Leftrightarrow 2t = -1$$
$$\Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$$

Ainsi, on a bien :

$$L\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$$

3. d) On compare les distances (on peut comparer les carrés des distances).

$$LA^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$LB^2 = \left(\frac{1}{2} - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$LG^2 = \left(\frac{1}{2} - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - 1\right)^2 = 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

Donc $LA = LB = LG$.

Ainsi, le point L est bien équidistant de A, B et G.

4. On a : $\overrightarrow{BA} = A - B = (-1; 0; 0)$ et $\overrightarrow{BG} = G - B = (0; 1; 1)$

Le produit scalaire vaut :

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BG} = (-1) \times 0 + 0 \times 1 + 0 \times 1 = 0$$

Donc $\overrightarrow{BA} \perp \overrightarrow{BG}$ et le triangle ABG est rectangle en B.

5. a) Comme L est équidistant de A, B et G, c'est le centre du cercle circonscrit au triangle ABG.

Le centre de gravité est l'intersection des médianes : c'est S.

Le triangle étant rectangle en B, l'orthocentre est B.

5. b) On vérifie l'alignement de L, S et B en comparant deux vecteurs directeurs :

$$\overrightarrow{BS} = S - B = \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$$

$$\overrightarrow{BL} = L - B = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

On constate que :

$$\overrightarrow{BL} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BS}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{BS}$ et $\overrightarrow{BL}$ sont donc colinéaires, ce qui prouve que B, S et L sont alignés.

EXERCICE 3 (4,75 points)

1. Chaque question est un essai de Bernoulli (réussite = « bonne réponse ») de probabilité $p = \frac{1}{4}$ et les 10 questions sont indépendantes.

Donc X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = \frac{1}{4}$

$$X \sim \mathcal{B}\left(10; \frac{1}{4}\right)$$

2. On calcule à l'aide de la calculatrice :

$$\mathbb{P}(X = 5) = \binom{10}{5}\left(\frac{1}{4}\right)^5\left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{15309}{262144} \approx 0{,}0584$$

3. Pour une loi binomiale, on a :

$$\mathbb{E}(X) = np = 10 \times \frac{1}{4} = 2{,}5$$

Cela signifie qu'en répondant totalement au hasard, Dominique obtient en moyenne 2,5 bonnes réponses sur 10.

4. a. Avoir $Y = 10$ signifie obtenir la note maximale, donc répondre correctement aux 10 questions, soit $X = 10$.

$$\mathbb{P}(Y = 10) = \mathbb{P}(X = 10) = \left(\frac{1}{4}\right)^{10} = \frac{1}{1048576}$$

4. b. Si Dominique a k bonnes réponses, alors il a $10 - k$ mauvaises réponses, donc :

$$Y = k - 0{,}5 \times (10 - k) = 1{,}5k - 5$$

La note est positive lorsque $Y > 0$, donc lorsque $1{,}5k - 5 > 0$, soit $k > \frac{10}{3} \approx 3{,}33$

Ainsi, la note devient positive à partir de 4 bonnes réponses.

4. c. D'après la question précédente, on a :

$$\mathbb{P}(Y \leq 0) = \mathbb{P}(X \leq 3)$$

On calcule à l'aide de la calculatrice :

$$\mathbb{P}(Y \leq 0) = \mathbb{P}(X \leq 3) \approx 0{,}78$$

4. d. Si Dominique a X bonnes réponses, il a $10 - X$ mauvaises réponses, donc :

$$Y = X - 0{,}5(10 - X) = X - 5 + 0{,}5X = 1{,}5X - 5$$

Résultat déjà montré à la question 4. b.

4. e. Par linéarité de l'espérance, on a :

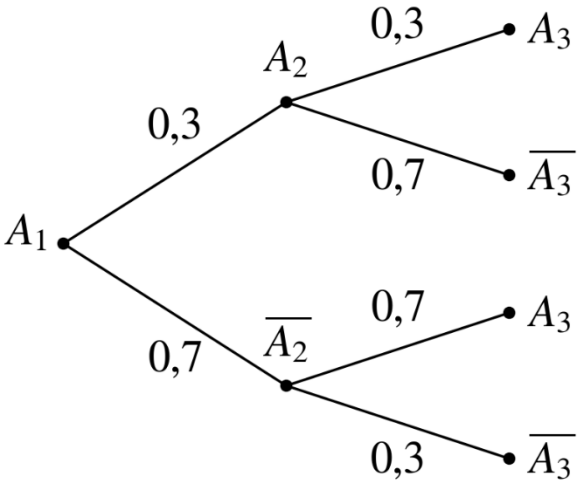
$$\begin{aligned}\mathbb{E}(Y) &= \mathbb{E}(1{,}5X - 5)\\ &= 1{,}5\,\mathbb{E}(X) - 5\\ &= 1{,}5 \times 2{,}5 - 5\\ &= -1{,}25\end{aligned}$$

En moyenne, avec ce barème et des réponses au hasard, Dominique obtient $-1{,}25$ point.

EXERCICE 4 (5,25 points)

Partie A

1. On complète l'arbre des probabilités :



2. D'après la formule des probabilités totales :

$$p_3 = P(A_3) = P(A_2 \cap A_3) + P(\overline{A_2} \cap A_3) = P(A_2) \times P(A_3 \mid A_2) + P(\overline{A_2}) \times (A_3 \mid \overline{A_2})$$
$$= 0{,}3 \times 0{,}3 + 0{,}7 \times 0{,}7 = 0{,}09 + 0{,}49 = 0{,}58$$

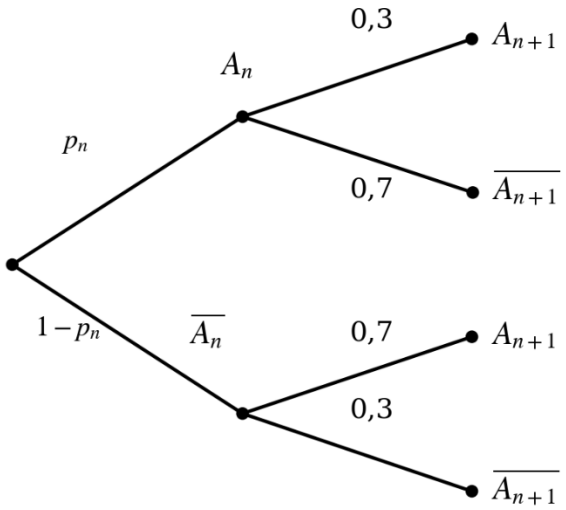
3. On calcule :

$$P_{A_3}(A_2) = P(A_2 \mid A_3) = \frac{P(A_2 \cap A_3)}{P(A_3)}$$

$$= \frac{P(A_2) \times P(A_3 \mid A_2)}{0{,}58} = \frac{0{,}3 \times 0{,}3}{0{,}58} \approx 0{,}16$$

Partie B

1. On complète l'arbre des probabilités :



2. a. D'après la formule des probabilités totales :

$$p_{n+1} = P(A_{n+1}) = p_n \times P(A_{n+1} \mid A_n) + (1-p_n) \times P(A_{n+1} \mid \overline{A_n})$$

$$= 0{,}3p_n + 0{,}7(1-p_n) = 0{,}3p_n + 0{,}7 - 0{,}7p_n = -0{,}4p_n + 0{,}7$$

2. b. On a :

$$u_{n+1} = p_{n+1} - 0{,}5$$

$$= (-0{,}4p_n + 0{,}7) - 0{,}5$$

$$= -0{,}4p_n + 0{,}2$$

$$= -0{,}4(p_n - 0{,}5) = -0{,}4u_n$$

Donc (u_n) est géométrique de raison $-0{,}4$ et $u_1 = p_1 - 0{,}5 = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$.

2. c. Pour tout $n \geq 1$, on a :

$$u_n = u_1(-0{,}4)^{n-1} = 0{,}5(-0{,}4)^{n-1}$$

Donc :

$$p_n = u_n + 0{,}5 = 0{,}5(-0{,}4)^{n-1} + 0{,}5$$

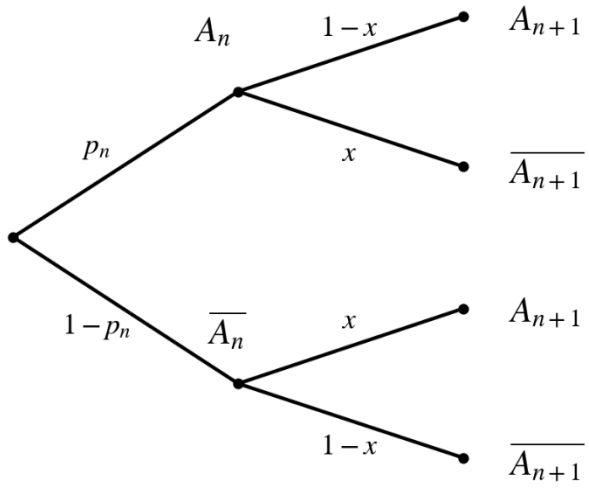
2. d. Comme $|-0{,}4| < 1$, on a $\lim\limits_{n\to+\infty}(-0{,}4)^{n-1} = 0$

Donc $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} p_n = 0{,}5$

Ainsi, la suite (p_n) converge vers $0{,}5$.

Partie C

1. On a désormais la situation suivante :



Comme précédemment, d'après la formule des probabilités totales :

$$p_{n+1} = P(A_{n+1}) = p_n \times P(A_{n+1} \mid A_n) + (1-p_n) \times P(A_{n+1} \mid \overline{A_n})$$
$$= (1-x)p_n + x(1-p_n) = (1-2x)p_n + x$$

2. On montre par récurrence que, pour tout $n \geq 1$:

$$p_n = \frac{1}{2}(1-2x)^{n-1} + \frac{1}{2}$$

Initialisation : Pour $n = 1$, on a :

$$\frac{1}{2}(1-2x)^0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 = p_1$$

Hérédité : On suppose la formule vraie au rang n.

Alors :

$$p_{n+1} = (1-2x)p_n + x = (1-2x)\left(\frac{1}{2}(1-2x)^{n-1} + \frac{1}{2}\right) + x$$
$$= \frac{1}{2}(1-2x)^n + \frac{1}{2}(1-2x) + x = \frac{1}{2}(1-2x)^n + \frac{1}{2}$$

La propriété est donc vraie au rang $n+1$.

Conclusion : La récurrence est établie. La propriété est vraie pour tout $n \geq 1$.

3. Comme $x \in]0;1[$, on a $-1 < 1-2x < 1$, donc :

$$\lim_{n\to+\infty} (1-2x)^{n-1} = 0$$

Donc :

$$\lim_{n\to+\infty} p_n = 0{,}5$$

La suite (p_n) est convergente et sa limite vaut 0,5.

_____

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.