Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + SVT, veuillez visiter :
bac-maths-svt.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du bac général 2025
Spécialité Mathématiques
Asie-Pacifique – Jour 2

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2025

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.

Correction proposée par un professeur de mathématiques pour le site sujetdebac.fr

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé mathématiques au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

EXERCICE 1 (5 points)

Partie A

1. L'énoncé nous donne :

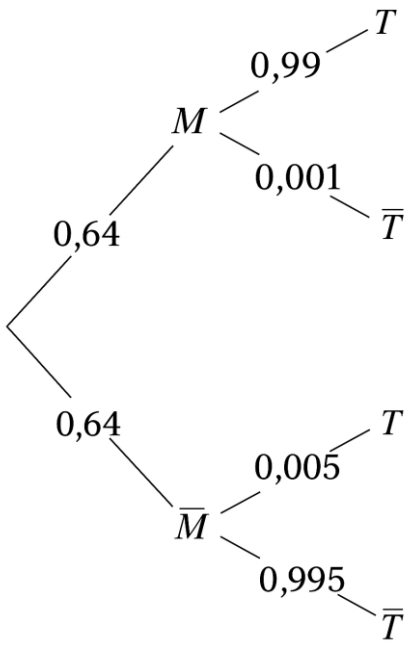
- $P_M(T) = 0{,}999$ (vrai positif)
- $P_{\overline{M}}(T) = 0{,}005$ (faux positif)

2. D'après les données :

$$P(M) = \frac{270\,000}{750\,000} = 0{,}36$$

3. Complétons l'arbre pondéré :

- $P(M) = 0{,}36$, donc $P(\overline{M}) = 1 - 0{,}36 = 0{,}64$
- $P_M(T) = 0{,}999$, donc $P_M(\overline{T}) = 1 - 0{,}999 = 0{,}001$
- $P_{\overline{M}}(T) = 0{,}005$, donc $P_{\overline{M}}(\overline{T}) = 1 - 0{,}005 = 0{,}995$



4. On calcule :

$$P(M \cap T) = P(M) \times P_M(T) = 0{,}36 \times 0{,}999 = 0{,}35964$$

5. On utilise la formule des probabilités totales :

$$P(T) = P(M \cap T) + P(\overline{M} \cap T)$$

$$P(T) = 0{,}35964 + 0{,}64 \times 0{,}005 = 0{,}36284$$

6. On utilise la formule des probabilités conditionnelles :

$$P_T(M) = \frac{P(M \cap T)}{P(T)} = \frac{0{,}35964}{0{,}36284} \approx 0{,}991$$

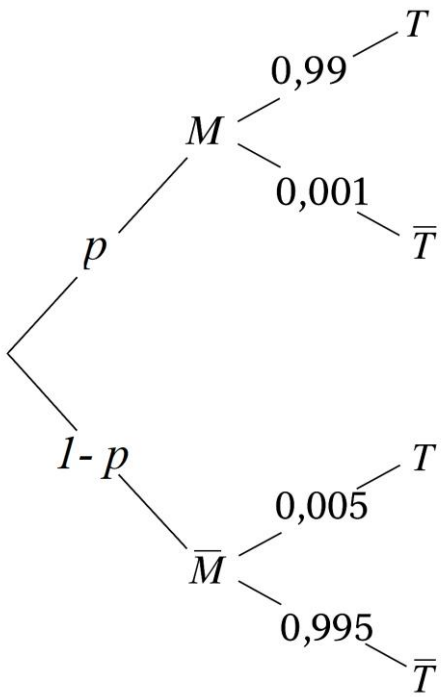
7. Le test est considéré comme fiable si $P_T(M) > 0{,}95$

Or ici, $P_T(M) \approx 0{,}991 > 0{,}95$, donc le test est fiable dans cette situation.

Partie B

1. On construit un arbre avec p la proportion de malades :

- $P(M) = p$, $P(\overline{M}) = 1 - p$
- $P_M(T) = 0{,}999$, $P_M(\overline{T}) = 0{,}001$
- $P_{\overline{M}}(T) = 0{,}005$, $P_{\overline{M}}(\overline{T}) = 0{,}995$



2. D'après la formule des probabilités totales :

$$P(T) = P(M \cap T) + P(\overline{M} \cap T) = 0{,}999p + 0{,}005(1-p)$$

$$P(T) = 0{,}999p + 0{,}005 - 0{,}005p = 0{,}994p + 0{,}005$$

3. On calcule :

$$P_T(M) = \frac{P(M \cap T)}{P(T)} = \frac{0{,}999p}{0{,}994p + 0{,}005} = \frac{999p}{994p + 5}$$

4. On veut $P_T(M) > 0{,}95$:

$$\frac{999p}{994p + 5} > 0{,}95$$

On résout cette inéquation :

$$999p > 0{,}95(994p + 5)$$

$$999p > 944{,}3p + 4{,}75$$

$$54{,}7p > 4{,}75$$

$$p > \frac{4{,}75}{54{,}7} \approx 0{,}087$$

Donc, le test est fiable si la proportion de personnes malades dépasse environ 8,7 %.

Partie C

On a $p = 0{,}36$, $X \sim \mathcal{B}(n, 0{,}36)$.

On cherche le plus petit entier n tel que :

$$P(X \geq 1) > 0{,}99$$

C'est équivalent à :

$$1 - P(X = 0) > 0{,}99 \Rightarrow P(X = 0) < 0{,}01$$

Or $P(X = 0) = (1-p)^n = 0{,}64^n < 0{,}01$

On cherche le plus petit n tel que :

$$0{,}64^n < 0{,}01$$

Prenons le logarithme :

$$n\ln(0{,}64) < \ln(0{,}01) \Rightarrow n > \frac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}64)} \approx \frac{-4{,}605}{-0{,}446} \approx 10{,}32$$

Donc le plus petit entier répondant à la condition est $n = 11$

EXERCICE 2 (5 points)

Partie A

1. On a :

$$u_0 = 30$$

$$u_1 = \frac{1}{2}u_0 + 10 = \frac{1}{2} \times 30 + 10 = 15 + 10 = 25$$

$$u_2 = \frac{1}{2}u_1 + 10 = \frac{1}{2} \times 25 + 10 = 12{,}5 + 10 = 22{,}5$$

2. On pose $v_n = u_n - 20$

Alors :

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 20 = \left(\frac{1}{2}u_n + 10\right) - 20 = \frac{1}{2}u_n - 10$$

Mais $u_n = v_n + 20$, donc :

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}(v_n + 20) - 10 = \frac{1}{2}v_n + 10 - 10 = \frac{1}{2}v_n$$

Ainsi, la suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$

3. Comme $v_0 = u_0 - 20 = 30 - 20 = 10$, et la suite est géométrique de raison $\frac{1}{2}$, on a :

$$v_n = 10\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

4. Puisque $u_n = v_n + 20$, on obtient :

$$u_n = 10\left(\frac{1}{2}\right)^n + 20$$

$$u_n = 20 + 10\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

5. On a :

$$\lim_{n\to\infty} u_n = \lim_{n\to\infty}\left(20 + 10\left(\frac{1}{2}\right)^n\right) = 20 + 0 = 20$$

Donc la suite (u_n) converge vers 20.

Partie B

1. On a :

$$w_0 = 45, \quad u_0 = 30$$

Donc :

$$w_1 = \frac{1}{2}w_0 + \frac{1}{2}u_0 + 7 = \frac{1}{2} \times 45 + \frac{1}{2} \times 30 + 7 = 22{,}5 + 15 + 7 = 44{,}5$$

2. Il suffit d'inverser les lignes U= et W=, afin que le calcul de W se fasse avant le calcul de U, car w_{n+1} dépend de u_n et non pas de u_{n+1}. Le code est exécuté ligne par ligne.

```
def suite (n) :
  U=30
  W=45
  for i in range (1,n+1):
        W=W/2+U/2+7
        U=U/2+10
  return W
```

3. (a) On cherche à prouver par récurrence que :

$$w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$$

Initialisation : pour $n = 0$

$$w_0 = 45$$

$$10 \cdot 0 \cdot 1 + 11 \cdot 1 + 34 = 45$$

L'égalité est vraie.

Hérédité :

Supposons que la propriété est vraie au rang n, montrons-la au rang $n + 1$

On a :

$$w_{n+1} = \frac{1}{2}w_n + \frac{1}{2}u_n + 7$$

On remplace :

- $w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$
- $u_n = 10\left(\frac{1}{2}\right)^n + 20$

Alors :

$$w_{n+1} = \frac{1}{2}\left[10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34\right] + \frac{1}{2}\left[10\left(\frac{1}{2}\right)^n + 20\right] + 7$$

On regroupe :

- Terme avec $\left(\frac{1}{2}\right)^n$:

$$\frac{1}{2} \cdot 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{1}{2} \cdot 10\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{21}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 10{,}5\left(\frac{1}{2}\right)^n = 11\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$$

- Constante :

$$\frac{1}{2} \cdot 34 + \frac{1}{2} \cdot 20 + 7 = 17 + 10 + 7 = 34$$

Donc :

$$w_{n+1} = 10(n+1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 11\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 34$$

L'hérédité est démontrée. La propriété est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$

3. (b) On admet que pour tout $n \geq 4$:

$$0 \leq 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n \leq \frac{10}{n}$$

Or la suite $\frac{10}{n} \to 0$ quand $n \to \infty$.

Donc :

$$10n\left(\frac{1}{2}\right)^n \to 0$$

Et aussi :

$$11\left(\frac{1}{2}\right)^n \to 0$$

Donc :

$$w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34 \to 34$$

Ainsi, la suite (w_n) converge vers 34.

EXERCICE 3 (5 points)

Affirmation 1

Le vecteur directeur de (d) est :

$$\vec{u} = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1\right)$$

Le vecteur normal au plan P est :

$$\vec{n}_P = (2,\ 3,\ 6)$$

On vérifie si la droite est orthogonale au plan : il faut que le vecteur directeur de la droite soit colinéaire au vecteur normal au plan.

On cherche s'il existe un réel λ tel que :

$$\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1\right) = \lambda(2,\ 3,\ 6)$$

Mais :

- $\frac{1}{3} = 2\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{1}{6}$
- $\frac{1}{2} = 3\lambda = 3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$
- $1 = 6\lambda = 6 \cdot \frac{1}{6} = 1$

La relation est vérifiée. Donc la droite est orthogonale au plan P.

Vérifions maintenant si le point $H(-6; 2; 2)$ appartient à la droite (d).

On cherche s'il existe t tel que :

$$-8 + \frac{1}{3}t = -6 \Rightarrow \frac{1}{3}t = 2 \Rightarrow t = 6$$

$$y = -1 + \frac{1}{2} \cdot 6 = -1 + 3 = 2, \quad z = -4 + 6 = 2$$

Donc H est un point de la droite.

Vérifions si $H \in P$:

$$2x + 3y + 6z = 2(-6) + 3(2) + 6(2) = -12 + 6 + 12 = 6 \Rightarrow 2x + 3y + 6z - 6 = 0$$

Donc $H \in P$.

Affirmation 1 : vraie

Affirmation 2

On utilise le produit scalaire pour calculer l'angle entre les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CH}$.

Vecteurs :

$$\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 0-3 \\ 2-0 \\ 0-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CH} = \begin{pmatrix} -6-3 \\ 2-0 \\ 2-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Produit scalaire :

$$\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CH} = (-3)(-9) + 2 \cdot 2 + 0 \cdot 2 = 27 + 4 = 31$$

Normes :

$$\| \overrightarrow{CD} \| = \sqrt{(-3)^2 + 2^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

$$\| \overrightarrow{CH} \| = \sqrt{(-9)^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{81+4+4} = \sqrt{89}$$

Cosinus de l'angle :

$$\cos(\theta) = \frac{\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CH}}{\| \overrightarrow{CD} \| \| \overrightarrow{CH} \|} = \frac{31}{\sqrt{13 \cdot 89}} \approx \frac{31}{\sqrt{1157}} \approx \frac{31}{34{,}02} \approx 0{,}911$$

$$\Rightarrow \theta \approx \arccos(0{,}911) \approx 24{,}1°$$

L'angle $\widehat{DCH}$ vaut environ 24,1°.

Affirmation 2 : fausse

Affirmation 3

L'intersection des 2 plans est une droite car les vecteurs normaux ne sont pas colinéaires :

- $\vec{n}_P = (2,\ 3,\ 6)$
- $\vec{n}_{P'} = (1,\ -2,\ 3)$

On vérifie que les vecteurs ne sont pas colinéaires : Il n'existe pas de $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que $(2{,}3{,}6) = \lambda(1, -2{,}3)$ car :

- $2 = \lambda$
- $3 = -2\lambda \Rightarrow \lambda = -1{,}5$

Contradiction. Donc les plans sont bien sécants.

On vérifie qu'un point de la droite appartient aux deux plans :

Soit $A(t) = (3 - 3t,\ 0,\ t)$

Dans P :

$$2x + 3y + 6z = 2(3 - 3t) + 0 + 6t = 6 - 6t + 6t = 6 \Rightarrow P: 2x + 3y + 6z - 6 = 0$$

Dans P' :

$$x - 2y + 3z = (3 - 3t) + 0 + 3t = 3 \Rightarrow P': x - 2y + 3z - 3 = 0$$

Le point appartient bien aux deux plans pour tout t. Donc la droite est bien l'intersection.

Affirmation 3 : vraie

Affirmation 4

Vecteur directeur de la droite (CD) :

$$\overrightarrow{CD} = (-3,\ 2,\ 0)$$

Projeter H sur la droite (CD) revient à chercher un point $J \in (CD)$ tel que $\overrightarrow{HJ} \perp \overrightarrow{CD}$

On vérifie que $\overrightarrow{HJ} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$

$$\overrightarrow{HJ} = \left(-\frac{54}{13} + 6,\ \frac{62}{13} - 2,\ -2\right) = \left(\frac{24}{13},\ \frac{36}{13},\ -2\right)$$

Produit scalaire :

$$\overrightarrow{HJ} \cdot \overrightarrow{CD} = \frac{24}{13} \cdot (-3) + \frac{36}{13} \cdot 2 + (-2) \cdot 0 = \frac{-72 + 72}{13} = 0$$

Donc $J \in (CD)$ et $\overrightarrow{HJ} \perp (CD)$

Affirmation 4 : vraie

EXERCICE 4 (5 points)

Partie A

1. On lit graphiquement le moment où la température redescend à 40 °C, sa valeur initiale.

À l'instant $t = 0$, on a bien $f(0) = 40$. En observant la courbe, on remarque que la température redescend à 40 °C vers $t \approx 3{,}8$ minutes.

2. On sait que :

$$f(0) = (a \cdot 0 + b) \cdot e^0 = b \cdot 1 = b$$

Or $f(0) = 40$, donc :

$$b = 40$$

3. On dérive $f(t) = (at + 40)e^{-0{,}5t}$ à l'aide de la règle du produit :

$$f'(t) = a \cdot e^{-0{,}5t} + (at + 40) \cdot (-0{,}5)e^{-0{,}5t} = (a - 0{,}5at - 20)e^{-0{,}5t}$$

Puis on forme $f'(t) + 0{,}5f(t)$:

$$f'(t) + 0{,}5f(t) = (a - 0{,}5at - 20)e^{-0{,}5t} + 0{,}5(at + 40)e^{-0{,}5t}$$

On factorise par $e^{-0{,}5t}$:

$$= [a - 0{,}5at - 20 + 0{,}5at + 20]e^{-0{,}5t} = ae^{-0{,}5t}$$

On veut que cela soit égal à $60e^{-0{,}5t}$, donc :

$$a = 60$$

Partie B

1. On dérive :

$$f'(t) = (60 \cdot e^{-0{,}5t} + (60t + 40)(-0{,}5)e^{-0{,}5t}) = (60 - 30t - 20)e^{-0{,}5t}$$
$$= (40 - 30t)e^{-0{,}5t}$$

2. (a) Étudions le signe de $f'(t) = (40 - 30t)e^{-0{,}5t}$

Sur $[0; 10]$, $e^{-0{,}5t} > 0$, donc le signe de $f'(t)$ dépend de $40 - 30t$

- $f'(t) > 0$ si $t < \frac{40}{30} = \frac{4}{3} \approx 1{,}33$
- $f'(t) = 0$ si $t = \frac{4}{3}$
- $f'(t) < 0$ si $t > \frac{4}{3}$

Donc :

- f est croissante sur $[0; \frac{4}{3}]$
- f est décroissante sur $[\frac{4}{3}; 10]$

Tableau de variations :

t	0		$\frac{4}{3}$		10
$f'(t)$	$+$		0	$-$	
f	40	↗	$120e^{-2/3}$	↘	$640e^{-5}$

2. (b)

On veut résoudre $f(t) = 40$ sur $]0; 10]$.

Avec $f(t) = (60t + 40)e^{-0,5t}$

Équation :

$$(60t + 40)e^{-0,5t} = 40 \Rightarrow 60t + 40 = 40e^{0,5t} \Rightarrow \text{équation transcendante}$$

On constate que la fonction est d'abord croissante, puis décroissante, donc l'équation $f(t) = 40$ admet exactement deux solutions, dont l'une est $t = 0$ et l'autre est strictement positive.

On cherche la deuxième solution avec la calculatrice, et on trouve :

$$\alpha \approx 3,8$$

2. (c) Cette valeur correspond à l'instant où la température est redevenue égale à sa valeur initiale, au bout de 3,8 minutes, soit 3 minutes et 48 secondes.

3. (a) On fait une intégration par parties pour :

$$\int_0^4 f\,(t)\,dt = \int_0^4 (\,60t + 40)e^{-0,5t}\,dt$$

On pose :

- $u(t) = 60t + 40 \Rightarrow u'(t) = 60$
- $v'(t) = e^{-0,5t} \Rightarrow v(t) = -2e^{-0,5t}$

Alors :

$$\int_0^4 f\,(t)\,dt = [-2(60\mathrm{t} + 40)e^{-0,5t}]_0^4 - \int_0^4 -2 \cdot 60\,e^{-0,5t}dt$$

$$= -560e^{-2} + 80 + 120 \int_0^4 e^{-0,5t}\, dt$$

$$= -\frac{560}{e^2} + 80 + 120\,[-2e^{-0,5t}]_0^4$$

$$= -\frac{560}{e^2} - 240e^{-2} + 240 = 320 - \frac{800}{e^2}$$

3. (b) Valeur approchée :

$$e^2 \approx 7{,}389 \Rightarrow \frac{800}{e^2} \approx 108{,}3 \Rightarrow \int_0^4 f\,(t)dt \approx 320 - 108{,}3 = 211{,}7$$

Température moyenne :

$$\frac{1}{4-0} \cdot 211{,}7 \approx 52{,}9$$

Donc : environ 53 °C.

_____

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé mathématiques au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.